

2017 年上海市初中毕业统一学业考试

数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题；
2. 试卷满分 150 分，考试时间 100 分钟
3. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
4. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤。

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列实数中，无理数是

- (A) 0; (B) $\sqrt{2}$; (C) -2; (D) $\frac{2}{7}$.

2. 下列方程中，没有实数根的是

- (A) $x^2 - 2x = 0$; (B) $x^2 - 2x - 1 = 0$;
(C) $x^2 - 2x + 1 = 0$; (D) $x^2 - 2x + 2 = 0$.

3. 如果一次函数 $y = kx + b$ (k 、 b 是常数， $k \neq 0$) 的图像经过第一、二、四象限，那么 k 、 b 应满足的条件是

- (A) $k > 0$ ，且 $b > 0$; (B) $k < 0$ ，且 $b > 0$;
(C) $k > 0$ ，且 $b < 0$; (D) $k < 0$ ，且 $b < 0$.

4. 数据 2、5、6、0、6、1、8 的中位数和众数分别是

- (A) 0 和 6; (B) 0 和 8; (C) 5 和 6; (D) 5 和 8.

5. 下列图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是

- (A) 菱形; (B) 等边三角形; (C) 平行四边形; (D) 等腰梯形.

6. 已知平行四边形 $ABCD$ ， AC 、 BD 是它的两条对角线，那么下列条件中，能判断这个平行四边形为矩形的是

- (A) $\angle BAC = \angle DCA$; (B) $\angle BAC = \angle DAC$;
(C) $\angle BAC = \angle ABD$; (D) $\angle BAC = \angle ADB$.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 计算： $2a \cdot a^2 =$ ▲.
8. 不等式组 $\begin{cases} 2x > 6, \\ x - 2 > 0 \end{cases}$ 的解集是 ▲.
9. 方程 $\sqrt{2x-3} = 1$ 的根是 ▲.
10. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图像经过点 $(2,3)$, 那么在这个函数图像所在的每个象限内, y 的值随 x 的值增大而 ▲. (填“增大”或“减小”)
11. 某市前年 PM2.5 的年均浓度为 50 微克/立方米, 去年比前年下降了 10%. 如果今年 PM2.5 的年均浓度比去年也下降 10%, 那么今年 PM2.5 的年均浓度将是 ▲ 微克/立方米.
12. 不透明的布袋里有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球, 它们除颜色外其它都相同, 那么从布袋中任意摸出一个球恰好为红球的概率是 ▲.
13. 已知一个二次函数的图像开口向上, 顶点坐标为 $(0, -1)$, 那么这个二次函数的解析式可以是 ▲. (只需写一个)
14. 某企业今年第一季度各月份产值占这个季度总产值的百分比如图 1 所示, 又知二月份产值是 72 万元, 那么该企业第一季度月产值的平均数是 ▲ 万元.
15. 如图 2, 已知 $AB \parallel CD$, $CD = 2AB$, AD 、 BC 相交于点 E . 设 $\vec{AE} = \vec{a}$, $\vec{CE} = \vec{b}$, 那么向量 \vec{CD} 用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 表示为 ▲.

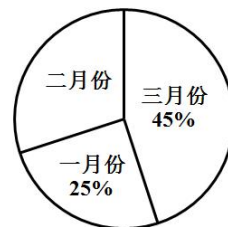


图 1

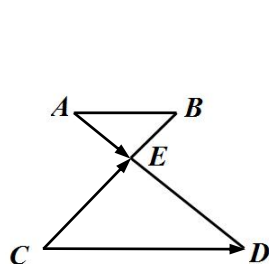


图 2

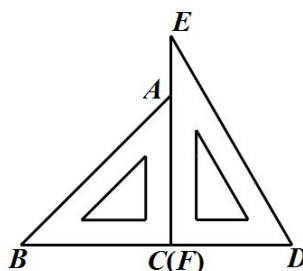


图 3

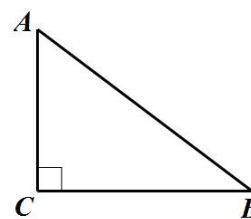


图 4

16. 一副三角尺按图 3 的位置摆放 (顶点 C 与 F 重合, 边 CA 与边 FE 叠合, 顶点 B 、 C 、 D 在一条直线上). 将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 n° 后 ($0 < n < 180$), 如果 $EF \parallel AB$, 那么 n 的值是 ▲.
17. 如图 4, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$. 分别以点 A 、 B 为圆心画圆, 如果点 C 在 $\odot A$ 内, 点 B 在 $\odot A$ 外, 且 $\odot B$ 与 $\odot A$ 内切, 那么 $\odot B$ 的半径长 r 的取值范围是 ▲.
18. 我们规定: 一个正 n 边形 (n 为整数, $n \geq 4$) 的最短对角线与最长对角线长度的比值叫做这个正 n 边形的“特征值”, 记为 λ_n , 那么 $\lambda_6 =$ ▲.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

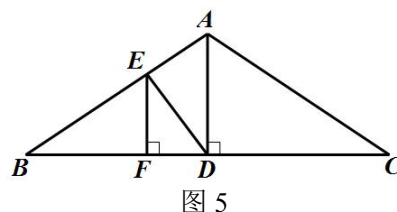
计算： $\sqrt{18} + (\sqrt{2} - 1)^2 - 9^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

20.（本题满分 10 分）

解方程： $\frac{3}{x^2 - 3x} - \frac{1}{x - 3} = 1$.

21.（本题满分 10 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）小题满分 6 分）

如图 5，一座钢结构桥梁的框架是 $\triangle ABC$ ，水平横梁 BC 长 18 米，中柱 AD 高 6 米，其中 D 是 BC 的中点，且 $AD \perp BC$ 。



(1) 求 $\sin B$ 的值；

(2) 现需要加装支架 DE 、 EF ，其中点 E 在 AB 上， $BE=2AE$ ，且 $EF \perp BC$ ，垂足为点 F 。求支架 DE 的长。

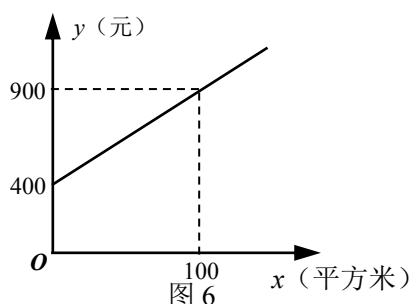
22.（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

甲、乙两家绿化养护公司各自推出了校园绿化养护服务的收费方案。

甲公司方案：每月的养护费用 y （元）与绿化面积 x （平方米）是一次函数关系，如图 6 所示。

乙公司方案：绿化面积不超过 1000 平方米时，每月收取费用 5500 元；绿化面积超过 1000 平方米时，每月在收取 5500 元的基础上，超过部分每平方米收取 4 元。

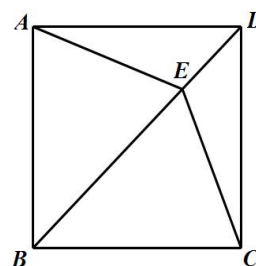
(1) 求图 6 所示的 y 与 x 的函数解析式；（不要求写出定义域）



(2) 如果某学校目前的绿化面积是 1200 平方米，试通过计算说明：选择哪家公司的服务，每月的绿化养护费用较少。

23.（本题满分 12 分，第（1）小题满分 7 分，第（2）小题满分 5 分）

已知：如图 7，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD=CD$ ， E 是对角线 BD 上一点，且 $EA=EC$ 。



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 如果 $BE=BC$ ，且 $\angle CBE : \angle BCE = 2 : 3$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形。

24. (本题满分 12 分, 每小题满分各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 8), 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(2, 2)$, 对称轴是直线 $x = 1$, 顶点为 B .

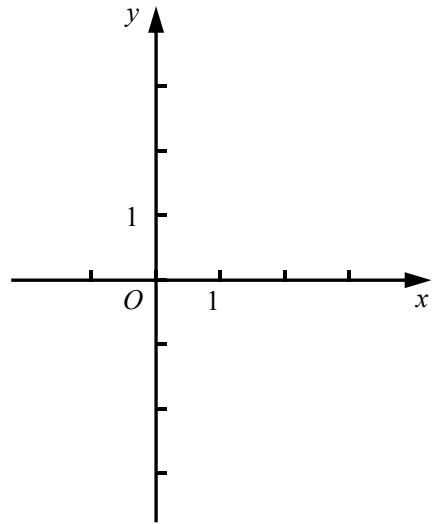


图 8

- (1) 求这条抛物线的表达式和点 B 的坐标;
- (2) 点 M 在对称轴上, 且位于顶点上方, 设它的纵坐标为 m , 联结 AM , 用含 m 的代数式表示 $\angle ABM$ 的余切值;
- (3) 将该抛物线向上或向下平移, 使得新抛物线的顶点 C 在 x 轴上. 原抛物线上一点 P 平移后的对应点为点 Q , 如果 $OP = OQ$, 求点 Q 的坐标.

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题满分 4 分, 第 (2) 小题满分 5 分, 第 (3) 小题满分 5 分)

如图 9, 已知 $\odot O$ 的半径长为 1, AB 、 AC 是 $\odot O$ 的两条弦, 且 $AB = AC$, BO 的延长线交 AC 于点 D , 联结 OA 、 OC .

- (1) 求证: $\triangle OAD \sim \triangle ABD$;
- (2) 当 $\triangle OCD$ 是直角三角形时, 求 B 、 C 两点的距离;
- (3) 记 $\triangle AOB$ 、 $\triangle AOD$ 、 $\triangle COD$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 如果 S_2 是 S_1 和 S_3 的比例中项, 求 OD 的长.

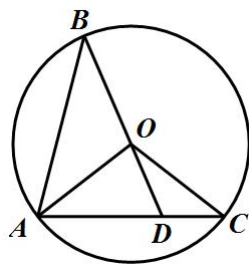
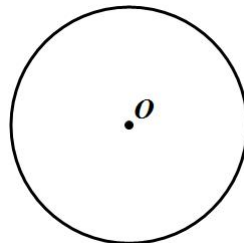


图 9



备用图