昌平区 2011－2012 学年第一学期高一年级期末质量抽测

数 学 试 卷

（满分 150 分，考试时间 120 分钟）2012. 1

考生须知：

1. 本试卷共 4 页，分第 I 卷选择题和第 II 卷非选择题两部分.
2. 答题前考生务必将答题卡上的学校、班级、姓名、考试编号用黑色字迹的签字笔填写.
3. 答题卡上第 I 卷(选择题)必须用 2B 铅笔作答，第 II 卷(非选择题)必须用黑色字迹的签字笔作答，作图时可以使用 2B 铅笔. 请按照题号顺序在各题目的答题区内作答，未在对应的答题区域内作答或超出答题区域作答的均不得分.
4. 修改时，选择题部分用塑料橡皮擦涂干净，不得使用涂改液. 保持答题卡整洁，不要折叠、折皱、破损. 不得在答题卡上做任何标记.
5. 考试结束后，考生务必将答题卡交监考老师收回，试卷自己妥善保存.

第 I 卷（选择题 共 50 分）

一、 选择题(本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．)

（1）设集合 $M=\{1,2,3,4\}$， $N=\{2,3\}$，则 $M\cap N=$

A． $\{1,2,3,4\}$　　B． $\{2,3\}$　　C． $\{1,3,4\}$　　D． $\{1,4\}$

（2）如果 $\cos\theta>0$，且 $\tan\theta<0$，则 θ 是

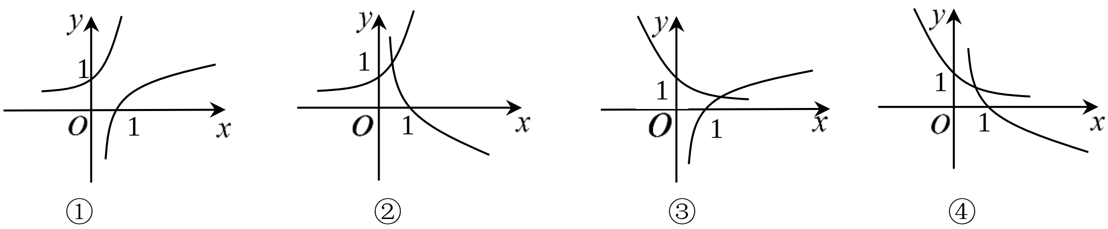
A． 第一象限的角　　B． 第二象限的角

C． 第三象限的角　　D． 第四象限的角

（3） 已知函数 $f(x)=\log_2(x+1)$，则 $f(x)$ 的定义域是

A． $(-1,+\infty)$　　B． $[-1,+\infty)$　　C． $(-\infty,-1)$　　D． $(-\infty,-1]$

（4）已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$，则在下面所给出的四种图形中，正确表示函数 $y=a^x$ 和 $y=\log_a x$ 的图象一定是



A．①③　　B．②③　　C．①④　　D．②④

（5）用二分法研究函数 $f(x)=x^3+3x-1$ 的零点时，第一次经计算 $f(0)<0,\ f(0.5)>0$，可得其中一个零点 $x_0\in$________，第二次应计算________，以上横线应填的内容为

A． $(0,0.5),\ f(0.125)$　　B． $(0,1),\ f(0.25)$

C. $(0,0.5),\ f(0.25)$　　　　D. $(0.5,1),\ f(0.75)$

（6）要得到函数 $y=3\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$ 的图象，只要将函数 $y=3\sin 2x$ 的图象

A. 向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位　　　　B. 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位

C. 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位　　　　D. 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位

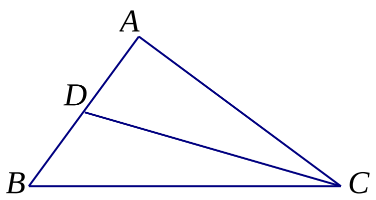
（7）设 $a=\log_3\dfrac{1}{5}$，$b=(\dfrac{1}{5})^{-3}$，$c=3^{-\frac{1}{5}}$，则有

A. $a<c<b$　　B. $c<b<a$　　C. $a<b<c$　　D. $c<a<b$

（8）如图，D 是 ΔABC 的边 AB 中点，则向量 $\overrightarrow{CD}=$

A. $\overrightarrow{BC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}$　　　　B. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

C. $\overrightarrow{BC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}$　　　　D. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CB}$



(9)用一条长 6 米的木料做成长方形的窗户框，如果要求窗户的面积不超过 2 平方米且木材无剩余，那么窗户宽 x 的取值范围是

A. $0<x\le 1$　　B. $0<x\le 0.5$　　C. $0<x\le 1.5$　　D. $0<x\le 2$

（10）函数 $f(x)=-|x-1|$，$g(x)=x^2-2x$，定义 $F(x)=\begin{cases} f(x), & f(x)\ge g(x) \\ g(x), & f(x)<g(x) \end{cases}$，

则 $F(x)$ 满足：

A. 既有最大值，又有最小值　　　　B. 只有最小值，没有最大值

C. 只有最大值，没有最小值　　　　D. 既无最大值，也无最小值

第Ⅱ卷（非选择题　共 100 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

（11）已知角 α 的终边经过点 $(-4,3)$，则 $\cos\alpha=$________.

（12）已知函数 $f(x)=\log_3(8x+1)$，那么 $f(1)=$________.

（13）已知 $A(-2,3),B(1,2),C(2,0)$，设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a},\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=$_________；

$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$_________ .

（14）已知映射 $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}^+,x\to x^2+1$；则当 $x=-1$ 时的象是________ ； $f(x)=10$ 时的原象是___________.

（15）已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且在区间 $[0,+\infty)$ 上为增函数，则 $f(-2),f(-\pi),f(3)$ 从小到大的顺序是___________ .

（16）已知函数 $f(x)=3\sin(2x-\frac{\pi}{4})$，给出下列结论：

①函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

②函数 $f(x)$ 的一个对称中心为 $(-\frac{5\pi}{8},0)$

③函数 $f(x)$ 的一条对称轴为 $x=\frac{7\pi}{8}$

④函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位后所得函数为偶函数

⑤函数 $f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{8},0)$ 上是减函数

其中，所有正确结论的序号是___________.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．）

（17）（本小题共 12 分）

已知集合 $A=\{x|-2<x<5\},B=\{x|1<x<8\}$.

（Ⅰ）分别求 $A\cup B,(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B,\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$；

（Ⅱ）若集合 $C=\{x|x^2-x-2\le 0\}$，求 $B\cap C$.

（18）（本小题共 14 分）

已知 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，且 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$.

（Ⅰ） 求 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$ 的值；

（Ⅱ）求 $\dfrac{\sin2\alpha-\sin(\pi+\alpha)}{1-\cos2\alpha}$ 的值.

（19）（本小题共 14 分）

已知向量$\boldsymbol{a}=(\sqrt{3},k)$，$\boldsymbol{b}=(0,-1)$，$\boldsymbol{c}=(1,\sqrt{3})$.

（Ⅰ）若$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，求$k$的值；

（Ⅱ）当$k=1$时，$\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$与$\boldsymbol{c}$共线，求$\lambda$的值；

（Ⅲ）若$|\boldsymbol{m}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|$，且$\boldsymbol{m}$与$\boldsymbol{c}$的夹角为$150°$，求$|\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{c}|$.

(20)（本小题共 15 分）

已知$\boldsymbol{a}=(\sin 2x,\cos 2x),\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},1), f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}, x\in R$.

（Ⅰ）求$f(\frac{\pi}{3})$的值；

（Ⅱ）求$f(x)$的单调增区间；

（Ⅲ）求$f(x)$在区间$[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}]$上的最大值和最小值.

（21）（本小题满分 15 分）

已知函数$f(x)=x^{-k^2+k+2}(k\in Z)$满足$f(2)<f(3)$.

（Ⅰ）求k的值并求出相应的函数解析式；

（Ⅱ）对于（Ⅰ）中得到的函数$f(x)$，试判断是否存在正数q，使得函数

$g(x)=1-qf(x)+(2q-1)x$在区间$[-1,2]$上的值域为$[-4,\frac{17}{8}]$？若存在，求出q的值；若不存在，说明理由.

昌平区 2011－2012 学年第一学期高一年级期末质量抽测

数　学　参考答案

一、选择题：（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分．）

题号	（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）	（10）
答案	B	D	A	C	C	B	A	D	A	B

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．）

（11）$-\frac{4}{5}$　　（12）2　　（13）$(1,3)$；$\frac{\sqrt{2}}{2}$

（14）2；± 3　　（15）$f(-2)<f(3)<f(-\pi)$　　（16）① ③ ④

（注：第（13）、（14）题第一问 2 分，第 2 问 3 分，第（16）题答对一个给 1 分，答对两个给 3 分，

答错不得分.）

三、解答题(本大题共 5 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．)

（17）（本小题共 12 分）

解：（Ⅰ）$A\cup B=\{x|-2<x<8\}$. ……2 分

$\complement_R A=\{x|x\le -2,或x\ge 5\}$. …… 3 分

$(\complement_R A)\cup B=\{x|x\le -2,或x>1\}$. ……5 分

$A\cap B=\{x|1<x<5\}$. ……6 分

$\complement_R(A\cap B)=\{x|x\le 1,或x\ge 5\}$. ……8 分

（Ⅱ）$\because C=\{x|x^2-x-2\le 0\}=\{x|-1\le x\le 2\}$， ……10 分

$\therefore C\cap B=\{x|1<x\le 2\}$. ……12 分

（18）（本小题共 14 分）

解：（I）$\because\ \alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$, 且 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$.

$\therefore \cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{4}{5}$, $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{3}{4}$. ……3 分

$\therefore \tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\dfrac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\dfrac{-\frac{3}{4}+1}{1+\frac{3}{4}}=\frac{1}{7}$. ……7 分

（Ⅱ）$\dfrac{\sin 2\alpha-\sin(\pi+\alpha)}{1-\cos 2\alpha}=\dfrac{2\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha}{2\sin^2\alpha}$ ……10 分

$=\dfrac{\sin\alpha(2\cos\alpha+1)}{2\sin^2\alpha}=\dfrac{2\cos\alpha+1}{2\sin\alpha}$

$=\dfrac{2\times(-\frac{4}{5})+1}{2\times\frac{3}{5}}=-\frac{1}{2}$ ……14 分

（19）（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）$\because \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=0$. ……1 分

即 $\sqrt{3}+\sqrt{3}k=0$ $\therefore k=-1$. ……4 分

（Ⅱ）当 $k=1$时，$\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},1)-\lambda(0,-1)=(\sqrt{3},1+\lambda)$. ……5 分

$\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线 $\Leftrightarrow \sqrt{3}\cdot\sqrt{3}-(1+\lambda)=0$.

所以 $\lambda=2$. ……8 分

（Ⅲ）$\because |\boldsymbol{b}|=1,|\boldsymbol{c}|=2$， ……9 分

$\therefore |\boldsymbol{m}|=\sqrt{3}|\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$.

$\because$ $\boldsymbol{m}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为$150°$，

$\therefore \boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{c}=|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{c}|\cos 150°=-3$. ……………………………………11 分

$\therefore |\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{c}|^2=(\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{c})^2=|\boldsymbol{m}|^2+4\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{c}+|2\boldsymbol{c}|^2=7$. ………13 分

$\therefore |\boldsymbol{m}+2\boldsymbol{c}|=\sqrt{7}$. ……………………………………14 分

(20)（本小题共 15 分）

解：（Ⅰ） $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})$，

$\therefore f(\dfrac{\pi}{3})=2\sin(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\pi}{6})=2\sin\dfrac{5\pi}{6}=1$. ………………………………4分

（Ⅱ）$\because -\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ ， ………………………………6分

$\therefore -\dfrac{2\pi}{3}+2k\pi\le 2x\le\dfrac{\pi}{3}+2k\pi$.

$\therefore -\dfrac{\pi}{3}+k\pi\le x\le\dfrac{\pi}{6}+k\pi$.

所以 $f(x)$ 的单调递增区间为$[-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k\pi],k\in Z$. ……9分

（Ⅲ）$\because -\dfrac{\pi}{6}\le x\le\dfrac{\pi}{4}$，$\because -\dfrac{\pi}{3}\le 2x\le\dfrac{\pi}{2}$，

$\therefore -\dfrac{\pi}{6}\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{2\pi}{3}$. ………………………………10分

$\therefore -\dfrac{1}{2}\le\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})\le 1$. ……………………………12分

$\therefore -1\le 2\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})\le 2$.

当 $2x+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$，即 $x=\dfrac{\pi}{6}$时， $f(x)$ 取得最大值 2；

当 $2x+\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\pi}{6}$，即 $x=-\dfrac{\pi}{6}$时， $f(x)$ 取得最小值 -1. ……15分

(21)（本小题满分 15 分）

解：（Ⅰ）$\because f(2)<f(3)$，$\therefore$ $f(x)$ 在第一象限是增函数. …………2分

故 $-k^2+k+2>0$，解得 $-1<k<2$.

又$\because k\in Z,\therefore k=0$或$k=1$， …………………5分

又$\because k=0,$或$k=1$时，$-k^2+k+2=2$，

$\therefore f(x)=x^2$. …………………7分

（II）由（I）可知 $g\left(x\right)=1-qf\left(x\right)+(2q-1)x$

$$=-qx^2+(2q-1)x+1, x\in[-1,2]$$ …………8 分

$\because g(2)=-1$，

$\therefore$ 两个最值点只能在端点 $(-1,g(-1))$ 和顶点 $(\dfrac{2q-1}{2q},\dfrac{4q^2+1}{4q})$ 处取得.

……………………10 分

而 $\dfrac{4q^2+1}{4q}-g\left(-1\right)=\dfrac{(4q-1)^2}{4q}\geq 0$， ……………………12 分

$\therefore g(x)_{\max}=\dfrac{4q^2+1}{4q}=\dfrac{17}{8}$，

$\therefore g(x)_{\min}=g(-1)=2-3q=-4$，解得 $q=2$.

故存在 $q=2$ 满足题意. ……………………15 分

【其它正确解法相应给分】