

# 高中数学必修1(北师大版)知识点总结含同步练习题及答案

## 第三章 指数函数和对数函数 3.3 指数函数

### 一、知识清单

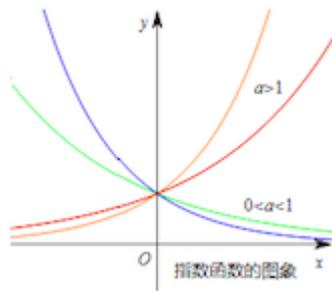
#### 指数函数及其性质

### 二、知识讲解

#### 1. 指数函数及其性质

描述：一般地，形如  $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的函数叫做指数函数 (exponential function)，其中  $x$  是自变量。

图象



定义域

$\mathbf{R}$

值域

$(0, +\infty)$

性质

① 过定点  $(0, 1)$ ；

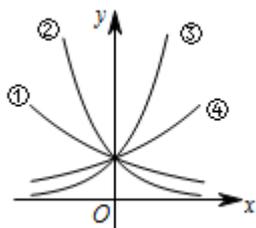
② 当  $0 < a < 1$  时，在  $\mathbf{R}$  上是减函数；当  $a > 1$  时，在  $\mathbf{R}$  上是增函数。

例题：下列函数：①  $y = 6^x$ ；②  $y = x^4$ ；③  $y = -4^x$ ；④  $y = (-4)^x$ ；⑤  $y = 2 \times 8^x$ ；⑥  $y = 2^x$ ；⑦  $y = 4^{x^2}$ ；⑧  $y = (2a - 1)^x$  ( $a > \frac{1}{2}, a \neq 1$ )，其中是指数函数的是 ( )

解：①⑥⑧

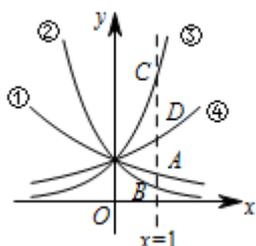
根据指数函数的定义进行判断。①⑥⑧ 为指数函数；② 不是指数函数，自变量不在指数上；③ 是  $-1$  与指数函数  $4^x$  的乘积；④ 中底数  $-4 < 0$ ，所以不是指数函数；⑤ 是  $2$  与指数函数  $8^x$  的乘积；⑦ 中指数不是  $x$ ，而是  $x^2$ ，故 ②③④⑤⑦ 都不是指数函数。

如图所示的指数函数 ①  $y = a^x$ ；②  $y = b^x$ ；③  $y = c^x$ ；④  $y = d^x$  的图象，则  $a, b, c, d$  与  $1$  的大小关系是 ( )



- A.  $a < b < 1 < c < d$       B.  $b < a < 1 < d < c$       C.  $1 < a < b < c < d$       D.  $a < b < 1 < d < c$

解:



设  $x=1$  与 ①②③④ 的图象分别交于点 A、B、C、D, 如图所示, 则其坐标依次为  $(1, a)$ 、 $(1, b)$ 、 $(1, c)$ 、 $(1, d)$ , 由图象观察可得  $c > d > 1 > a > b$ , 故选 B.

比较下列各题中两个值的大小.

- (1)  $1.7^{-2.5}$ ,  $1.7^{-3}$ ; (2)  $1.7^{0.3}$ ,  $1.5^{0.3}$ ; (3)  $1.7^{0.3}$ ,  $0.8^{3.1}$ .

解: (1) 考察函数  $y = 1.7^x$ . 因为  $1.7 > 1$ , 所以  $y = 1.7^x$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数. 因为  $-2.5 > -3$ , 所以  $1.7^{-2.5} > 1.7^{-3}$ .

(2) 考察函数  $y = 1.7^x$  与  $y = 1.5^x$ . 因为  $1.7 > 1.5$ , 所以在  $(0, +\infty)$  上,  $y = 1.7^x$  的图象位于  $y = 1.5^x$  的图象的上方, 而  $0.3 > 0$ , 所以  $1.7^{0.3} > 1.5^{0.3}$ .

- (3) 因为  $1.7^{0.3} > 1.7^0 = 1$ ,  $0.8^{3.1} < 0.8^0 = 1$ , 所以  $1.7^{0.3} > 0.8^{3.1}$ .

解方程  $4^x + 2^x - 6 = 0$ .

解: 原方程可化为

$$(2^x)^2 + 2^x - 6 = 0,$$

令  $t = 2^x$ , 则  $t > 0$ , 所以

$$t^2 + t - 6 = 0.$$

解得  $t = 2$  或  $t = -3$ . 因为  $t > 0$ , 所以  $t = 2$ , 即  $2^x = 2$ , 所以  $x = 1$ .

若  $a^{-5x} > a^{x+7}$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ), 求  $x$  的取值范围.

解: ① 当  $a > 1$  时, 函数  $y = a^x$  是增函数, 所以  $-5x > x + 7$ , 所以  $x < -\frac{7}{6}$ .

② 当  $0 < a < 1$  时, 因为  $y = a^x$  是减函数, 所以  $-5x < x + 7$ , 所以  $x > -\frac{7}{6}$ .

求下列函数的单调区间和值域:

(1)  $f(x) = 2^{-x^2+3x+2}$ ;

(2)  $y = 4^x - 2^{x+1} + 5$ .

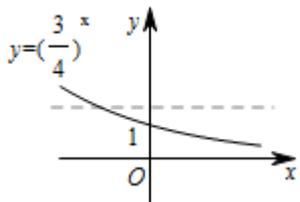
解: (1) 函数的定义域为  $\mathbf{R}$ . 令  $t = -x^2 + 3x + 2$ , 则  $y = 2^t$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数, 而  $t = -x^2 + 3x + 2$  在  $(-\infty, \frac{3}{2}]$  上是增函数, 在  $[\frac{3}{2}, +\infty)$  上是减函数, 所以

$f(x) = 2^{-x^2+3x+2}$  在  $(-\infty, \frac{3}{2}]$  上是增函数, 在  $[\frac{3}{2}, +\infty)$  上是减函数.

(2) 函数的定义域为  $\mathbf{R}$ , 令  $t = 2^x (t > 0)$ , 则  
 $y = (2^x)^2 - 2 \times 2^x + 5 = t^2 - 2t + 5 = (t - 1)^2 + 4$ , 根据该函数的图象可得,  $y \in [4, +\infty)$ .  
 当  $t \geq 1$  时,  $y = (t - 1)^2 + 4$  在  $[1, +\infty)$  上为增函数, 又  $2^x \geq 1$ , 即  $x \geq 0$ , 且  $t = 2^x$  在  $[0, +\infty)$  上为增函数, 由复合函数的单调性的判断方法知, 原函数在  $[0, +\infty)$  上是增函数. 同理, 原函数在  $(-\infty, 0]$  上为增函数.

关于  $x$  的方程  $(\frac{3}{4})^x = \frac{3a+2}{5-a}$  有负根, 求  $a$  的取值范围.

解:



如图所示, 要使  $(\frac{3}{4})^x = \frac{3a+2}{5-a}$  有负根, 只需  $\frac{3a+2}{5-a} > 1$ , 即  $\frac{4a-3}{5-a} > 0$ , 该不等式等价于  $(4a-3)(5-a) > 0$ , 解得  $\frac{3}{4} < a < 5$ .

高考不提分, 赔付1万元, 关注快乐学kuailexue.com了解详情。