北京市顺义区 2014 届高三第一次统练考试

数学（文）试题

本试卷共 4 页，150 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后将答题卡交回.

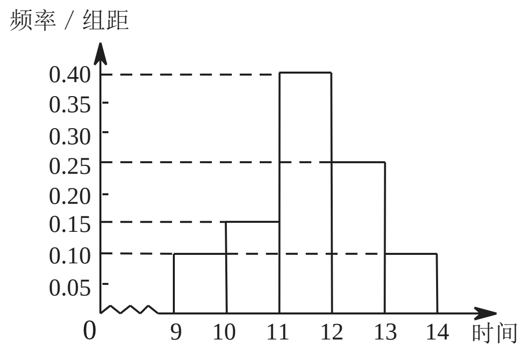
第一部分（选择题　共 40 分）

一. 选择题共 8 个小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A=\{x|-3\le x<1\}$, $B=\{x|x\le 2\}$,则集合 $A\cup B=$

A. $\{x|-3\le x<1\}$　　B. $\{x|-3\le x\le 2\}$　　C. $\{x|x<1\}$　　D. $\{x|x\le 2\}$

2.某商场在国庆黄金周的促销活动中，对 10 月 1 日 9 时至 14 时的销售额进行统计，其频率分布直方图如图所示.已知 9 时至 10 时的销售额为 3 万元，则 11 时至 12 时的销售额为



A. 8 万元　　B. 10 万元

C. 12 万元　　D. 15 万

3.已知 i 为虚数单位，在复平面内复数 $\dfrac{2i}{1+i}$ 对应点的坐标为

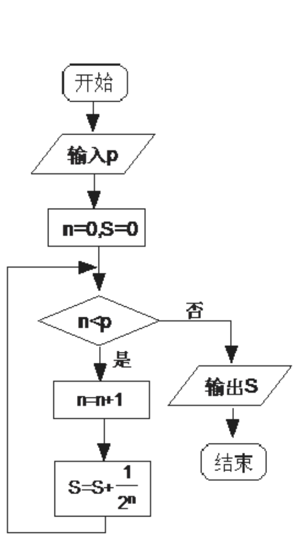
A. $(1,1)$　　B. $(-1,1)$　　C. $(2,2)$　　D. $(-2,2)$

4. 执行右边的程序框图，若 $p=5$，

则输出的 S 值为

A. $\dfrac{7}{8}$　　B. $\dfrac{15}{16}$

C. $\dfrac{31}{32}$　　D. $\dfrac{63}{64}$



5.下列函数，在其定义域内既是奇函数又是增函数的是

A. $y=2^x \quad (x\in R)$　　　　B. $y=-\log_2 x \quad (x>0,x\in R)$

C. $y=x+x^3\,(x\in R)$　　　　D. $y=-\dfrac{1}{x}\,(x\in R,x\neq 0)$

6. 已知向量$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{a}+\vec{b}=(1,k^2-1)$，则$k=2$是$\vec{a}\perp\vec{b}$的

(A)充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件
(C)充分必要条件　　(D)既不充分也不必要条件

7.过椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$的焦点垂直于$x$轴的弦长为$\dfrac{1}{2}a$，则双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的离心率$e$的值是

A. $\dfrac{5}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

8.设数集M同时满足条件

①M中不含元素$-1,0,1$，

②若$a\in M$，则$\dfrac{1+a}{1-a}\in M$.

则下列结论正确的是

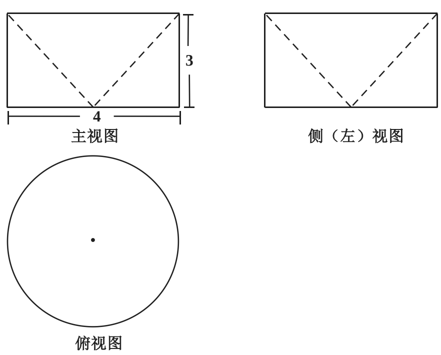
（A）集合M中至多有 2 个元素;
（B）集合M中至多有 3 个元素;
（C）集合M中有且仅有 4 个元素;
（D）集合M中有无穷多个元素.

二.填空题(本大题共 6 个小题,每小题 5 分,共 30 分)

9.命题“$\forall x\in R,x^2\geq 0$”的否定是________________.

10.抛物线$y^2=4x$上一点A的横坐标为4，则点A与抛物线焦点的距离为________.

11.一个几何体的三视图如图所示,则这个几何体的体积是_________.



12. 函数 $f(x)=\sin 2x+2\sin^2 x-1$（$x\in R$）的最小正周期为______，最大值为____.

13.设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x\le 1 \\ y\le 2 \\ 2x+y-2\ge 0 \end{cases}$，则目标函数 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 的最小值为___________.

14.设等比数列 $\{a_n\}$ 满足公比 $q\in N^+,a_n\in N^+$,且数列 $\{a_n\}$ 中任意两项之积也是该数列的一项.若 $a_1=2^4$，则 q 的所有可能取值之和为______________.

三．解答题（本大题共 6 个小题，共 80 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15.（本小题共 13 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 A， B， C 所对的边分别为为 a， b， c，且 $\sin 2B-\sin B=0$

（Ⅰ）求角 B；

（Ⅱ）若 $b=2\sqrt{2}$， $S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3}$，求 a， c 的值.

16.（本小题共 13 分）

已知关于 x 的一次函数 $y=ax+b$

(Ⅰ）设集合 $A=\{-2,-1,1,2\}$ 和 $B=\{-2,2\}$，分别从集合 A 和 B 中随机取一个数作为 a， b，求函数 $y=ax+b$ 是增函数的概率；

(Ⅱ)若实数 a，b 满足条件 $\begin{cases} a-b+1\ge 0 \\ -1\le a\le 1 \\ -1\le b\le 1 \end{cases}$，求函数 $y=ax+b$ 的图象不经过第四象限的概率.

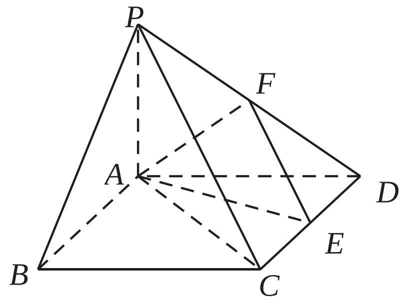
17.（本小题共 14 分）

如图在四棱锥 $P-ABCD$ 中，

底面 $ABCD$ 是矩形， $PA\perp$ 平面 $ABCD$，

$PA=AD=1, AB=\sqrt{3}$，点 F 是 PD 中点，

点 E 是 DC 边上的任意一点.



（Ⅰ）当点 E 为 DC 边的中点时，判断 EF 与平面 PAC 的位置关系，并加以证明；

（Ⅱ）证明：无论点 E 在 DC 边的何处，都有 $AF\perp FE$；

（Ⅲ）求三棱锥 $B-AFE$ 的体积.

18.（本小题共 13 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x-a}$，（其中常数 $a>0$）

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求曲线在 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）若存在实数 $x\in(a,2]$ 使得不等式 $f(x)\le e^2$ 成立，求 a 的取值范围.

19.（本小题共 14 分）

已知椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，长轴的左右端点分别为 $A_1(-\sqrt{2},0)$，$A_2(\sqrt{2},0)$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设动直线 $l:y=kx+b$ 与曲线 C 有且只有一个公共点 P，且与直线 $x=2$

相交于点 Q.

求证：以 PQ 为直径的圆过定点 $N(1,0)$.

20.（本小题共 13 分）

在 $n\times n$ 个实数组成的 n 行 n 列数表中，先将第一行的所有空格依次填上1, 2，2^2，$2^3\cdots 2^{n-1}$，再将首项为1公比为 q 的数列$\{a_n\}$依次填入第一列的空格内，然后按照“任意一格的数是它上面一格的数与它左边一格的数之和”的规律填写其它空格.

	第 1 列	第 2 列	第 3 列	第 4 列		第 n 列
第 1 行	1	2	2^2	2^3		2^{n-1}
第 2 行	q					
第 3 行	q^2					
第 4 行	q^3					
……						
第 n 行	q^{n-1}					

（Ⅰ）设第 2 行的数依次为 $B_1,B_2,B_3\cdots B_n$.

试用 n,q 表示 $B_1+B_2+B_3+\cdots+B_n$ 的值；

（Ⅱ）设第 3 行的数依次为 $C_1,C_2,C_3\cdots C_n$，记为数列$\{C_n\}$.

①求数列$\{C_n\}$的通项 C_n；

②能否找到 q 的值使数列$\{C_n\}$的前 m 项 $C_1,C_2,C_3\cdots C_m$（$m\geq 3,m\in N^+$）成等比数列？若能找到，m 的值是多少？若不能找到，说明理由.

顺义区 2014 届高三第一次统练

高三数学（文科）试卷参考答案及评分标准

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	C	A	C	C	A	D	C

二.填空题(本大题共 6 个小题,每小题 5 分,共 30 分)其它答案参考给分

9. $\exists x\in R, x^2<0$；10．5；11. 8π；12．$\pi,\sqrt{2}$；13．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$；

14. 22 .

三．解答题（本大题共 6 小题，共 80 分）.

15.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）由已知 $\sin 2B-\sin B=0$

$\therefore \sin B(2\cos B-1)=0$，———2 分

Q $\sin B\neq 0$ ———4 分

$\therefore \cos B=\dfrac{1}{2}$， $\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$———6 分

（Ⅱ）由余弦定理 $8=a^2+c^2-ac$———8 分

又 $S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{1}{2}ac\sin B=2\sqrt{3}$， $\therefore ac=8$ ———10 分

由 $\begin{cases} ac=8 \\ a^2+c^2-ac=8 \end{cases}$ 解得 $a=c=2\sqrt{2}$ ———13 分

16.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）抽取全部结果所构成的基本事件空间为

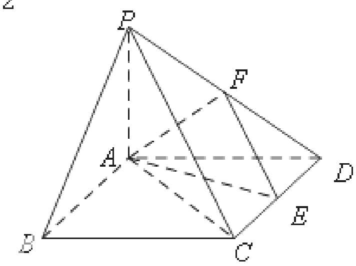
$(-2,-2),(-2,2),(-1,-2),(-1,2),(1,-2),(1,2),(2,-2),(2,2)$, 共 8 个———4 分

设函数是增函数为事件 A， $\therefore a>0$，有 4 个 $\therefore P(A)=\dfrac{1}{2}$———7 分

（Ⅱ）实数 a， b 满足条件 $\begin{cases} a-b+1\geq 0 \\ -1\leq a\leq 1 \\ -1\leq b\leq 1 \end{cases}$ 要函数 $y=ax+b$ 的图象不经过第四象限

则需使 a,b 满足 $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} 0 \leq a \leq 1 \\ 0 \leq b \leq 1 \end{cases}$，———10 分

设函数图象不经过第四象限为事件 B，则 $P(B)=\dfrac{1}{\frac{7}{2}}=\dfrac{2}{7}$———13 分



17.（本小题共 14 分）

（Ⅰ）当点 E 为 DC 的中点时，$EF \parallel$ 平面 PAC.

∵ F 是 PD 的中点，∴ $EF \parallel PC$，

∵ $EF \not\subset$ 平面 PAC，$PC \subset$ 平面 PAC

∴ $EF \parallel$ 平面 PAC　　———4 分

(Ⅱ)证明：∵ $PA \perp$ 平面 $ABCD$，∴ $PA \perp CD$

∵ 底面 $ABCD$ 是矩形，∴ $CD \perp AD$，$AD \cap PA = A$

∴ $CD \perp$ 平面 PAD，∵ $AF \subset$ 平面 PAD，∴ $CD \perp AF$.———6 分

∵ $PA = AD$，F 为 PD 的中点，∴ $AF \perp PD$，又 $CD \cap PD = D$

∴ $AF \perp$ 平面 PCD———8 分

∵ $EF \subset$ 平面 PCD

∴ $AF \perp EF$———10 分

（Ⅲ）作 $FG \parallel PA$ 交 AD 于 G，则 $FG \perp$ 平面 $ABCD$，且 $FG=\dfrac{1}{2}$

$$\therefore V_{B-AFE}=V_{F-ABE}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABE}FG=\frac{\sqrt{3}}{12}$$

∴三棱锥 $B—AFE$ 的体积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.———14 分

18.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）定义域 $\{x \mid x \neq a\}$

当 $a=1$ 时，$f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$，$f'(x)=\dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$

∴ $f(0)=-1$，$f'(0)=-2$

∴曲线在 $(0,f(0))$ 处的切线方程为：$2x+y+1=0$.———4 分

（Ⅱ）$f'(x)=\dfrac{e^x\left[x-(a-1)\right]}{(x-a)^2}$，令 $f'(x)=0$，∴ $x=a+1$

∴ $f(x)$ 在 $(-\infty,a),(a,a+1)$ 递减，在 $(a+1,+\infty)$ 递增. .———8 分

若存在实数$(a,2]$使不等式$f(x)\le e^2$成立，

只需在$(a,2]$上$f(x)_{\min}\le e^2$成立，

①若$a+1\le 2$，即$0<a\le 1$时，$f(x)_{\min}=f(a+1)=e^{a+1}\le e^2$

$\therefore a+1\le 2$，即$a\le 1$，$\therefore 0<a\le 1$.———10 分

②若$a+1>2$，即$1<a<2$时，$f(x)_{\min}=f(2)=\dfrac{e^2}{2-a}\le e^2$

解得$a\le 1$，又$1<a<2$，$\therefore a\in\phi$，

综上，a的取值范围是$(0,1]$ ———13 分

19.（本小题共 14 分）

解：（Ⅰ）由已知$a=\sqrt{2}$，$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$—————2 分

$\therefore c=1$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=1$

$\therefore$椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$；————4 分

（Ⅱ）$\begin{cases} y=kx+b \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$消去得$(2k^2+1)x^2+4kbx+2b^2-2=0$

$\because$曲线C与直线l只有一个公共点，$\therefore \Delta=0$，

可得$b^2=2k^2+1$（*）————6 分

设$P(x_P,y_P)$，$\therefore x_P=\dfrac{-4kb}{2(2k^2+1)}=-\dfrac{2k}{b}$，$y_P=kx_P+b=\dfrac{1}{b}$

$\therefore P(-\dfrac{2k}{b},\dfrac{1}{b})$.———8 分

又由$\begin{cases} y=kx+b \\ x=2 \end{cases}$，$\therefore Q(2,2k+b)$————9 分

$\because N(1,0)$，$\therefore \overrightarrow{PN}=(1+\dfrac{2k}{b},-\dfrac{1}{b})$，$\overrightarrow{NQ}=(1,2k+b)$

$\therefore \overrightarrow{PN}\cdot\overrightarrow{QN}=1+\dfrac{2k}{b}-\dfrac{2k}{b}-1=0$，$\therefore PN\perp QN$

$\therefore$以PQ为直径的圆过定点$N(1,0)$..———14 分

20.（本小题共 13 分）

解：（Ⅰ）$B_1+B_2+B_3+\cdots+B_n$

$=q+(2+q)+(2+2^2+q)+\cdots+(2+2^2+\cdots 2^{n-1}+q)$

$=0+2+(2+2^2)+(2+2^2+2^3)+\cdots+(2+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1})+nq$

$=\left[(2^1-2)+(2^2-2)+(2^3-2)+\cdots+(2^n-2)\right]+nq$

$=(2+2^2+2^3+\cdots+2^n)-2n+nq$

$=2^{n+1}-2(n+1)+nq$ ————4 分

（Ⅱ）①由（Ⅰ）知 $B_1+B_2+B_3+\cdots+B_n=2^{n+1}-2(n+1)+nq$

$\therefore$ 第三行的通项 $C_n=B_2+B_3+\cdots+B_n+q^2$

$=（B_1+B_2+B_3+\cdots+B_n）+q^2-B_1$

$=2^{n+1}-2(n+1)+(n-1)q+q^2$

$\therefore C_n=2^{n+1}-2(n+1)+(n-1)q+q^2$ ————8 分

②当 $m=3$ 时，设 C_1,C_2,C_3 成等比数列，则 $C_1C_3=C_2^2$

$\therefore q^2(8+2q+q^2)=(2+q+q^2)^2$ 化简得 $3q^2-4q-4=0$，

解得 $q=2$ 或 $q=-\dfrac{2}{3}$ ————10 分

当 $q=2$ 时，$C_n=2^{n+1}$，$\therefore \dfrac{C_n}{C_{n-1}}=2$

$\therefore$ 当 $q=2$ 时数列 $C_1,C_2,C_3\cdots C_n$ 的前 m 项 $(m\in N^+,m\geq 3)$ 成等比数列;

当 $q=-\dfrac{2}{3}$ 时，$C_1=\dfrac{4}{9}$，$C_2=\dfrac{16}{9}$，$C_3=\dfrac{64}{9}$，$C_4=\dfrac{184}{9}$

$\therefore \dfrac{C_2}{C_1}=\dfrac{C_3}{C_2}\neq\dfrac{C_4}{C_3}$，$\therefore$ 当且仅当 $m=3$，$q=-\dfrac{2}{3}$ 时 C_1,C_2,C_3 成等比数列.————13 分